

# Построение миграционных изображений упругих сред на многоядерных вычислительных системах

О. Я. Войнов<sup>a</sup>, В. И. Голубев<sup>b</sup>, И. Б. Петров<sup>c</sup>

Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия,  
141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д.9.

E-mail: <sup>a</sup> [voinov@phystech.edu](mailto:voinov@phystech.edu), <sup>b</sup> [w.golubev@mail.ru](mailto:w.golubev@mail.ru), <sup>c</sup> [petrov@mipt.ru](mailto:petrov@mipt.ru)

Ключевое место среди методов поиска и разведки месторождений полезных ископаемых и методов исследования структуры земной коры в инженерных целях занимает сейсморазведка. Одна из ее методик, называемая сейсмической миграцией, позволяет определить положения границ раздела сред внутри исследуемой части подповерхностного пространства. К настоящему моменту разработано множество её вариаций, в которых геологическая среда описывается динамическими уравнениями для акустической среды. Одно из очевидных усовершенствований данного подхода – переход к упругим средам, в которых распространяются как продольные, так и поперечные волны. Цена такого подхода – увеличение вычислительной сложности задачи и повышение требований к вычислительным ресурсам. Реальные данные сейсмических исследований охватывают километры, при этом для получения приемлемых изображений среды может потребоваться использование расчетных сеток с элементами размером порядка единиц метров. Таким образом, для успешной реализации упругих процедур миграции необходимо привлечение современных высокопроизводительных вычислительных систем.

Целью данной работы являлись реализация и исследование метода сейсмической миграции в приближении Борна для квазиоднородных упругих сред. Была написана программа на языке Mathematica, и произведены расчеты для простых моделей геологических сред на многопроцессорной системе с 12-ю вычислительными ядрами и общей памятью. Проведённая оценка масштабируемости алгоритма показала эффективность его параллелизации на уровне 90 %.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, сейсмическая разведка, миграция, упругое тело, приближение Борна

© 2016 Олег Ярославович Войнов, Василий Иванович Голубев, Игорь Борисович Петров

## Введение

Сейсморазведка является одним из основных методов поиска полезных ископаемых, таких как нефть или природный газ и применяется для геологического исследования земной коры в инженерных целях. Ее техника, называемая сейсмической миграцией, позволяет выявить границы между частями среды с разными параметрами.

На текущий момент разработано множество алгоритмов миграции для акустических сред (см. напр. [Zhdanov, 2002]). Переход к упругим уравнениям среды позволяет улучшить получаемые миграционные изображения, однако также повышает требования к вычислительным ресурсам.

Целью данной работы являлись реализация и исследование параллельного алгоритма миграции для упругих слабонеоднородных сред, основанного на приближении Борна [Morse, 1953].

## Математическая постановка задачи и формулы

Прямая и обратная задачи сейсморазведки могут быть сформулированы в виде

$$\mathbf{d} = \hat{\mathbf{L}}\mathbf{m},$$

$$\mathbf{m}_{\text{migr}} = \hat{\mathbf{L}}_{\text{migr}}\mathbf{d},$$

где  $\mathbf{d}$  – данные с сейсмоприемников,  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{m}_{\text{migr}}$  – истинные и миграционные параметры среды,  $\hat{\mathbf{L}}$ ,  $\hat{\mathbf{L}}_{\text{migr}}$  – операторы прямой задачи и миграции. Согласно [Claerbout, 1976], оператор миграции является присоединенным оператором  $\hat{\mathbf{L}}^*$ , который определяется из уравнения

$$(\mathbf{d}, \hat{\mathbf{L}}\mathbf{m}) = (\hat{\mathbf{L}}^*\mathbf{d}, \mathbf{m}), \quad \forall \mathbf{m}, \mathbf{d},$$

где скобками обозначено скалярное произведение в соответствующем пространстве.

Будем рассматривать слабонеоднородное полупространство  $V$  с плоской свободной границей в качестве исследуемой среды и будем описывать его движение с помощью уравнения Ламе для однородной среды:

$$\Lambda \mathbf{u} - \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho} \mathbf{F}, \quad \Lambda = c_p^2 \nabla \nabla \cdot - c_s^2 \nabla \times \nabla \times,$$

где  $\mathbf{u}$  – поле смещения среды,  $\rho$  – плотность массы среды,  $c_{p,s}$  – скорости распространения волн сжатия и сдвига,  $\mathbf{F}$  – плотность внешней силы. Будем придерживаться распространенного в сейсморазведке подхода, заключающегося в разделении параметров среды на фоновую и аномальную составляющие, которые мы будем обозначать нижним индексом  $\mathbf{b}$  и символом  $\Delta$ , и разделении поля на первичную и вторичную составляющие, которые мы будем обозначать верхними индексами  $i$  и  $s$ :

$$c_\alpha^2 = c_{\alpha,\mathbf{b}}^2 + \Delta c_\alpha^2, \quad \Delta c_\alpha^2|_{\mathbf{r} \notin V} = 0, \quad \Lambda = \Lambda_{\mathbf{b}} + \Delta \Lambda, \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}^i + \mathbf{u}^s,$$

$$\Lambda_{\mathbf{b}} \mathbf{u}^i - \frac{\partial^2 \mathbf{u}^i}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho} \mathbf{F}, \quad \Lambda_{\mathbf{b}} \mathbf{u}^s - \frac{\partial^2 \mathbf{u}^s}{\partial t^2} = -\Delta \Lambda (\mathbf{u}^i + \mathbf{u}^s).$$

Будем рассматривать однородную среду в качестве фоновой и использовать приближение Борна, пренебрегая вторичным полем в правой части уравнения, из которого оно определяется,

$$\Lambda_{\mathbf{b}} \mathbf{u}^s - \frac{\partial^2 \mathbf{u}^s}{\partial t^2} \approx -\Delta \Lambda \mathbf{u}^i$$

и для краткости введем медленность среды  $s = c^{-1}$  и операторы  $\hat{\mathbf{D}}_p = \nabla \nabla \cdot$  и  $\hat{\mathbf{D}}_s = -\nabla \times \nabla \times$ , верхний индекс которых определяет набор координат, по которым ведется дифференцирование. Ограничимся рассмотрением точечного источника возмущений с постоянной поляризацией

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) F(t) \mathbf{f} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) f''(t) \mathbf{f}.$$

Для такой постановки оператор миграции определяется из следующего выражения [Войнов, 2016]:

$$\Delta c_{\beta, \text{migr}}^2(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2} \int_{V', T} \frac{\mathbf{u}^s(\mathbf{r}', t')}{\rho(\mathbf{r}_0)} \cdot \hat{\mathbf{D}}'_{\alpha k_{\mathbf{r}_1}} \left[ \hat{\mathbf{H}}_{\mathbf{r}_2} \frac{f(t' - s_{\beta, b} |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_2| - s_{\alpha, b} |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_1|)}{16\pi^2 c_{\beta, b}^2 |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_2| |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_1|} \right] \mathbf{f} dt' dV', \quad (1)$$

где  $\alpha, \beta \in \{p, s\}$ ,  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \in \{\mathbf{r}, \underline{\mathbf{r}}\}$ ,  $k_{\mathbf{r}} = 1$ ,  $k_{\underline{\mathbf{r}}} = -1$ ,  $\hat{\mathbf{H}}_{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{D}}_{\beta}^0$ ,  $\hat{\mathbf{H}}_{\underline{\mathbf{r}}} = -\hat{\mathbf{D}}_{\beta}^0$ , подчеркивание обозначает замену знака координаты  $z$ ,  $\int_{V', T} \dots dt' dV'$  – суммирование по всем отсчетам и приемникам.

Если в качестве данных с приемников рассматривать так называемые сейсморазрезы постоянного удаления, то можно считать, что горизонтальные координаты приемников и источников отличаются на постоянную величину, а вертикальная координата источников постоянна. В этом случае интеграл в формуле (1) принимает вид свертки. При условии одинакового расстояния между приемниками можно вычислять миграционное изображение со временем  $O(N_x N_y N_z N_t \log(N_x) \log(N_y))$ , где  $N_{x, y, z}$  – количество узлов сетки по соответствующей координате,  $N_t$  – число отсчетов по времени.

## Реализация и масштабируемость

Предложенный алгоритм миграции был реализован на языке Mathematica. В рассматриваемой постановке задачи можно вычислять миграционные параметры среды для разных значений глубины независимо. В связи с этим, в данной работе исследуемая область разделялась по вертикали поровну между исполнителями. Расчеты производились в системе с 12-ю вычислительными ядрами и общей памятью и показали хорошую параллелизуемость алгоритма (см. табл. 1). При этом увеличение числа вычислителей, помимо ускорения расчета, влечет за собой повышение размера требуемой оперативной памяти. Это связано с тем, что при текущей реализации алгоритма один вычислитель в каждый момент времени хранит в памяти некоторую фиксированную часть матрицы оператора миграции. Уменьшая размер этой части при фиксированной модели, можно уменьшать требуемый для расчета объем оперативной памяти. Следует, однако, ожидать, что при этом время расчета будет увеличиваться, так как сохраняемые при большем объеме памяти промежуточные результаты придется получать заново.

## Результаты расчетов

Примеры миграционных изображений двумерных слоистых квазиоднородных сред представлены на рис. 1 и 2. Данные модели сред основаны на моделях Marmousi [Marmousi] и Amoco [Amoco].

## Заключение

Исследуемый метод показал высокую параллелизуемость.

Таблица 1. Характеристики расчета миграционного изображения для тестовой модели при разном числе исполнителей

Число исполнителей	Время расчета, мин	Эффективность	Используемая память, ГБ
1	291	1.	0.52
2	145	1.	0.83
3	97	0.997	1.07
4	73	0.999	1.36
5	59	0.989	1.62
6	49	0.995	1.96
7	42	0.997	2.17
8	37	0.984	2.39
9	32	0.994	2.72
10	30	0.973	3.05
11	27	0.985	3.34
12	25	0.973	3.59

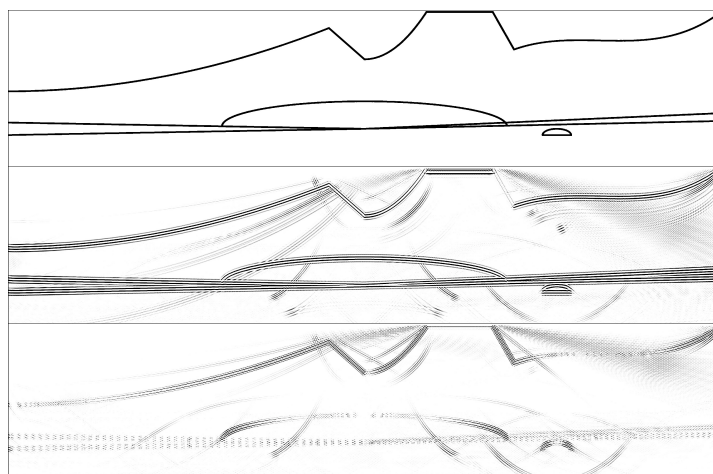


Рис. 1. Исходная модель среды (сверху) и р- (посередине), s- (снизу) компоненты миграционного изображения

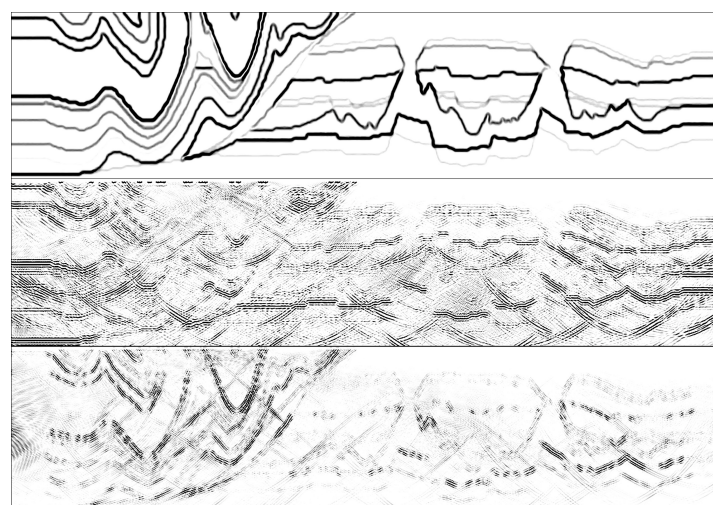


Рис. 2. Исходная модель среды (сверху) и р- (посередине), s- (снизу) компоненты миграционного изображения

## Список литературы

- Voinov O. Ya. Golubev V. I. Zhdanov M. S. Petrov I. B.* Postroenie metoda uprugoj migracii sejsmicheskikh dannyh v priblizhenii Borna // Trudy MFTI. — 2016. — N 30. — S. 60 — 66. (in Russian).
- Amoco [Electronic resource]: URL: [http://www.reproducibility.org/RSF/book/data/amoco/paper\\_html/](http://www.reproducibility.org/RSF/book/data/amoco/paper_html/) (accessed 28.10.2016)
- Claerbout J. F.* Fundamentals of Geophysical Data Processing. — McGraw-hill Book, 1976.
- Marmousi [Electronic resource]: URL: [http://www.reproducibility.org/RSF/book/data/marmousi/paper\\_html/paper.html](http://www.reproducibility.org/RSF/book/data/marmousi/paper_html/paper.html) (accessed 28.10.2016)
- Morse P. M. Feshbach H.* Methods of theoretical physics. — New York: McGraw-hill Book, 1953.
- Zhdanov M. S.* Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems. Vol 36. — First. — Amsterdam: Elsevier, 2002. — (Methods in Geochemistry and Geophysics).

## Elastic Imaging using Multiprocessor Computer Systems

O. Ya. Voinov<sup>a</sup>, V. I. Golubev<sup>b</sup>, I. B. Petrov<sup>c</sup>

Moscow Institute of Physics and Technology,  
9 Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russian Federation

E-mail: <sup>a</sup> [voinov@phystech.edu](mailto:voinov@phystech.edu), <sup>b</sup> [w.golubev@mail.ru](mailto:w.golubev@mail.ru), <sup>c</sup> [petrov@mipt.ru](mailto:petrov@mipt.ru)

One of the main method for search and exploration of oil and gas deposits and understanding the structure of the Earth's crust is the seismic survey. The migration process allows us to estimate the position of geological boundaries under the day surface. A lot of different migration techniques were developed using the acoustic approximation. One of the obvious improvements is the transfer to the elastic medium model that successfully describes P-waves and S-waves. Consequences of it – the grows of numerical complexity of the mathematical problem and the increase of computer resource requirements. Real field data contain the information about kilometers of area and for the reasonable imaging the step of computational mesh must be from one to ten meters. Thus, for the realization of elastic migration procedures it is necessary to use modern HPC systems. The goal of this work was the development and investigation of the elastic imaging method using Born approximation for quasi-homogeneous elastic media. The research software in Mathematica system was developed, and a set of calculations for simple geological models were carried out using 12-cores shared memory system. The assessment of the scalability shows approximately 90 % of effectiveness.

Keywords: computer simulation, seismic survey, migration, elastic medium, Born approximation